

ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ МИНИМУМ. ПАМЯТКА.	Предмет	Информатика
	Класс	8
Дата проведения		

Общие сведения о системах счисления

Система счисления – это знаковая система, в которой приняты определённые правила записи чисел.



Унарная система счисления – это система счисления, алфавит которой содержит всего 1 символ. Примеры: точка, чёрточка, палочка и т.д.

Непозиционная система счисления – это система счисления, в которой количественный эквивалент цифры не зависит от её положения в записи числа. Например: египетская, римская и др. системы счисления.

Позиционная система счисления – это система счисления, в которой количественный эквивалент цифры зависит от её положения в записи числа. Например: двоичная, восьмеричная, десятичная, шестнадцатеричная системы счисления.

Двоичная система счисления – это позиционная система счисления по целочисленному основанию 2. Алфавит: 0, 1.

Восьмеричная система счисления – это позиционная система счисления по целочисленному основанию 8. Алфавит: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.

Десятичная система счисления – это позиционная система счисления по целочисленному основанию 10. Алфавит: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Шестнадцатеричная система счисления – это позиционная система счисления по целочисленному основанию 16. Алфавит: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F.



Разряд – это позиция цифры в записи числа. Разряды в записи целых чисел нумеруются с нуля справа налево.

В числе 6375 цифра 6 стоит в третьем разряде (тысячи, 10^3), 3 – во втором разряде (сотни, 10^2), 7 – в первом (десятки, 10^1), а 5 – в нулевом (единицы, 10^0). Поэтому

$$\text{разряды} \rightarrow 3 \ 2 \ 1 \ 0 \\ 6375 = 6 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0.$$

$$\text{или} \quad 123 = 1 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^0$$

Это развёрнутая форма записи числа. Не забывайте, что любое число (кроме нуля!) в нулевой степени равно 1.

1. Перевод натуральных чисел в десятичную систему счисления

Правило перевода натуральных двоичных чисел в десятичную систему счисления: необходимо вычислить сумму степеней двойки, соответствующих единицам в свёрнутой форме записи числа.

Пример №1:

$$\begin{array}{cccc} 3 & 2 & 1 & 0 \\ 1011_2 = 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 8 + 0 + 2 + 1 = 11_{10} \end{array}$$

Пример №2:

$$\begin{array}{cccccc} 4 & 3 & 2 & 1 & 0 \\ 10001_2 = 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = \\ = 16 + 0 + 0 + 0 + 1 = 16 + 1 = 17_{10} \end{array}$$

Перевод из восьмеричной, шестнадцатеричной и любой другой позиционной системы счисления в десятичную происходит по аналогичному принципу: необходимо вычислить сумму степеней основания системы счисления (т.е. умножаем не на 2, а на 8, 16 и т.д.), соответствующих единицам в свёрнутой форме записи числа.

2. Перевод натуральных чисел из десятичной системы счисления

Правило перевода натуральных десятичных чисел в двоичную систему счисления: необходимо разделить число на 2. Если полученное частное больше 0, то его снова необходимо разделить на 2 и т.д., пока частное не станет равным 0. В результате нужно записать в одну строку, справа налево все остатки, начиная с последнего.

Пример №1:

$$25_{10} = 11001_2$$

Пример №2:

$$142_{10} = 10001110_2$$

142	71	35	17	8	4	2	1
0	1	1	1	0	0	0	1

Перевод в восьмеричную, шестнадцатеричную и другие системы счисления происходит по аналогичному принципу: необходимо разделить число на основание системы счисления (т.е. делим не на 2, а на 8, 16 и т.д.). Если полученное частное больше 0, то его снова необходимо разделить и т.д., пока частное не станет равным 0. В результате нужно записать в одну строку, справа налево все остатки, начиная с последнего.

Восьмеричная система счисления (система с основанием 8) использует 8 цифр: от 0 до 7.

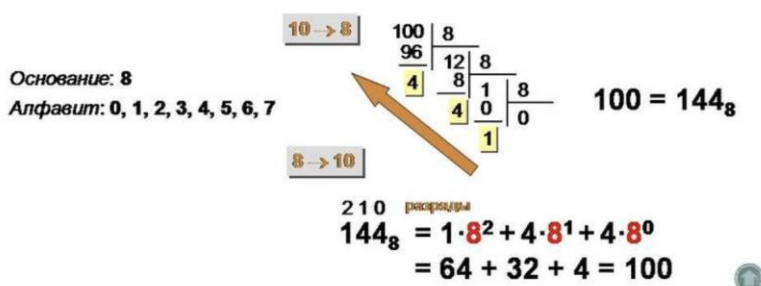
Для перевода числа из восьмеричной системы в десятичную значение каждой цифры умножают на 8 в степени, равной разряду этой цифры, и полученные произведения складывают:

разряды $\rightarrow$ 2 1 0

$$144_8 = 1 \cdot 8^2 + 4 \cdot 8^1 + 4 \cdot 8^0 = 64 + 4 \cdot 8 + 4 = 100.$$

Фактически число записывается в развёрнутой форме.

Восьмеричная система счисления



Для перевода числа из шестнадцатеричной системы в десятичную значение каждой цифры умножают на 16 в степени, равной её разряду, и полученные значения складывают:

разряды $\rightarrow$ 2 1 0

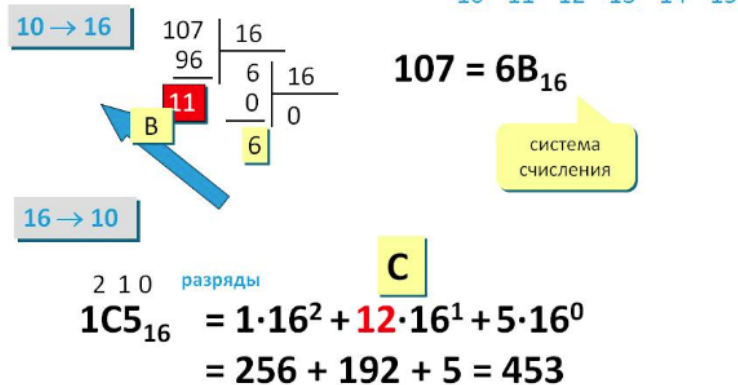
$$1BC_{16} = 1 \cdot 16^2 + 11 \cdot 16^1 + 12 \cdot 16^0 = 256 + 176 + 12 = 444.$$

Для перевода чисел из десятичной системы в шестнадцатеричную используют алгоритм деления на 16 и выписывания остатков. Важно не забыть, что все остатки, большие 9, заменяются на буквы:

Шестнадцатеричная система

Основание (количество цифр): 16

Алфавит: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F
10 11 12 13 14 15



Арифметические действия

Двоичные числа, как и десятичные, можно складывать в столбик, начиная с младшего разряда. При этом используют следующие правила (таблицу сложения):

$$0 + 0 = 0,$$

$$1 + 0 = 1$$

$$1 + 1 = 10_2$$

$$1 + 1 + 1 = 11_2.$$

В двух последних случаях, когда сумма 10_2 или 11_2 не может быть записана с помощью одного двоичного разряда, происходит перенос в следующий разряд (как в десятичной системе, когда сумма получается больше, чем 9).

Например, сложим в столбик 10110_2 и 111011_2 . Единицы сверху обозначают перенос из предыдущего разряда:

$$\begin{array}{r} 1\ 1\ 1\ 1\ 1 \\ +\ 10110_2 \\ 111011_2 \\ \hline 1010001_2 \end{array}$$

Вот основные правила вычитания в двоичной системе:

$$0 - 0 = 0,$$

$$1 - 0 = 1,$$

$$1 - 1 = 0,$$

$$10_2 - 1 = 1.$$

В последнем случае приходится брать заём из предыдущего разряда.

Когда берётся заём в двоичной системе счисления, в «рабочий» разряд добавляется уже не 10, а $10_2 = 2$ (основание системы счисления), а все «промежуточные» разряды (между «рабочим» и тем, откуда берётся заём) заполняются единицами — старшей цифрой двоичной системы счисления. Например:

$$\begin{array}{r} 0\ 1\ 1\ 10_2\ 0\ 10_2 \\ \bullet\ \bullet \\ -\ 1000101_2 \\ 11011_2 \\ \hline 0101010_2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 111 \\
 + 356_8 \\
 \hline
 4662_8 \\
 \hline
 5240_8
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 6 + 2 = 1 \cdot 8 + \textcircled{0} \\
 5 + 6 + 1 = 1 \cdot 8 + \textcircled{4} \\
 3 + 6 + 1 = 1 \cdot 8 + \textcircled{2} \\
 0 + 4 + 1 = \textcircled{5}
 \end{array}$$

В примере на сложение запись $1 \cdot 8 + 2$ означает, что получилась сумма, большая 7. Она не может быть записана с помощью одной восьмеричной цифры. Поэтому здесь единица идёт в перенос (в следующий разряд), а двойка остаётся в этом разряде.

$$\begin{array}{r}
 \overset{\cdot}{\cdot}456_8 \\
 - 277_8 \\
 \hline
 157_8
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 (6 + 8) - 7 = \textcircled{7} \\
 (5 - 1 + 8) - 7 = \textcircled{5} \\
 (4 - 1) - 2 = \textcircled{1}
 \end{array}$$

В записи операций при выполнении вычитания «-1» означает, что из этого разряда раньше был заём (его значение уменьшилось на 1), а «+8» — заём из старшего разряда.